Universidad Nacional Autónoma de México
Colegio de Ciencias y Humanidades
Área Matemáticas

# Programa de Estudios de Matemáticas II

# PROGRAMA DEL SEGUNDO SEMESTRE DE MATEMÁTICAS
# ÁLGEBRA Y GEOMETRÍA

## UBICACIÓN DEL CURSO

Las unidades que se trabajan en este curso, corresponden a ***los ejes de Funciones, Geometría Euclidiana y Trigonometría***; sin embargo, el Álgebra se sigue manejando a través de los contenidos de estas cinco unidades, y por otra parte se sientan los cimientos para abordar la temática correspondiente a la Geometría Analítica que se estudiará en el semestre siguiente.

El segundo semestre de matemáticas se inicia con el estudio de la función cuadrática, lo que permite, por un lado, avanzar en el concepto de función al introducir ahora un nuevo tipo de variación que conlleva conceptos como concavidad y simetría, y, por otro, vincular estas funciones con las ecuaciones cuadráticas que recién ha trabajado el alumno, aspecto que enriquece ambas temáticas y contribuye a la formación de significados sobre la resolución de ecuaciones.

El núcleo central del curso lo constituye el estudio de la geometría euclidiana que ayuda al alumno a describir los objetos y sus partes de acuerdo a sus formas, dimensiones y propiedades; contribuye de manera significativa a favorecer un pensamiento reflexivo cuando el estudiante en un primer momento, identifica propiedades y relaciones que puede enunciar en proposiciones generales, construye y proporciona argumentos que validen dichas proposiciones, y finalmente, establece relaciones lógicas entre ellas, aun sin llegar necesariamente a un rigor axiomático propio de estudios más especializados.

Así, las unidades correspondientes al eje de geometría euclidiana, contemplan las etapas de exploración, deducción y aplicación, mismas que permiten establecer un equilibrio entre dos tendencias[1] de la enseñanza de la geometría a nivel bachillerato. En consecuencia, en la unidad sobre “Construcciones y Elementos Geométricos Básicos”, se pretende que el alumno explore, observe patrones de comportamiento, conjeture y comience a argumentar; mientras que en la unidad de “Congruencia y Semejanza”, a partir del conocimiento básico de estos conceptos, se introduce al alumno al aspecto deductivo y a la comprensión

---

[1] Una tendencia propone un formalismo axiomático, mientras que la otra no trasciende la presentación mecanicista de hechos geométricos.

del por qué de las demostraciones; finalmente, en la unidad cuatro, “Perímetros, Áreas y Volúmenes”, se da paso a combinar diversos conceptos y resultados geométricos en aplicaciones teóricas y prácticas de la geometría.

Por último, la unidad cinco, está destinada a estudiar los “Elementos de la Trigonometría”, y representa un primer momento de síntesis de los conocimientos que el alumno ha adquirido sobre Aritmética, Álgebra y Geometría Euclidiana. A través de las razones trigonométricas, la resolución de triángulos y sus aplicaciones, el estudiante adquirirá nuevas herramientas que potencian, al combinarse, algunas propiedades y conceptos geométricos, como el de semejanza.

## PROPÓSITOS DEL CURSO

Al finalizar el segundo curso de matemáticas, a través de las diversas actividades encaminadas al desarrollo de habilidades y a la comprensión de conceptos y procedimientos, el alumno:

- ✍ Incrementa su capacidad de resolver problemas, al incorporar estrategias y procedimientos para realizar construcciones geométricas y para comprender o proporcionar argumentos que justifican un enunciado.
- ✍ Percibe que existe una estructura en los conocimientos de la Geometría Euclidiana y que ésta estudia figuras y cuerpos presentes en su entorno.
- ✍ Identifica relaciones y patrones de comportamiento en diversas situaciones o problemas geométricos, y a partir de esto establece conjeturas o infiere algunas conexiones entre resultados.
- ✍ Valora la importancia de proporcionar una argumentación como la vía que otorga validez al conocimiento geométrico.
- ✍ Percibe a la Trigonometría como una herramienta de gran utilidad que combina aspectos del Álgebra, la Aritmética y la Geometría.
- ✍ Aplica conceptos, procedimientos y resultados de la Geometría Euclidiana y de la Trigonometría, para resolver problemas.
- ✍ Avanza en la comprensión del concepto de función, distingue las diferencias y similitudes entre las funciones lineales y cuadráticas. Modela con estas últimas algunas situaciones de variación cuadrática y de optimización.

## CONTENIDOS TEMÁTICOS

| No | Nombre de la Unidad | Horas |
|---|---|---|
| I | Funciones Cuadráticas. | 15 |
| II | Construcciones y Elementos Geométricos Básicos. | 15 |
| III | Congruencia y Semejanza. | 15 |
| IV | Perímetros, Áreas y Volúmenes | 15 |
| V | Elementos de Trigonometría. | 20 |

## BIBLIOGRAFÍA SUGERIDA


### FUNCIONES CUADRÁTICAS

Fleming, Walter y Varberg, Dale. *Álgebra y trigonometría con Geometría Analítica.* Prentice Hall, México, 1991.

Gobran, Alfonse. *Álgebra elemental*. Iberoamérica, México, 1990.

Larson, Ronald y Hostetler, Robert . *Álgebra*. Cultural, México, 1996.

Miller, Charles *et al*. *Matemática: Razonamiento y Aplicaciones*. Addison Wesley Longman, México, 1999.

Smith, Stanley A., *et. al., Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica*. Addison-Wesley Longman, México, 1998.

**GEOMETRÍA**

Clemens, Stanley *et al*, *Geometría con Aplicaciones y Solución de Problemas*, Addison Wesley, México, 1989.

Filloy, Eugenio y Zubieta, Gonzalo, *Geometría*, Grupo Editorial Íberoamérica, México, 2001.

Fleming, Walter y Varberg, Dale. *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica,* Prentice Hall, México, 1991.

Garcia, Jesús y Bertrán, Celeste, *Geometría y Experiencias*, *Recursos Didácticos,* Alhambra, Addison-Wesley Longman, México, 1998.

Miller, Charles et al. *Matemática: Razonamiento y Aplicaciones*, Addison Wesley Longman, México, 1999.

**TRIGONOMETRÍA**

Fleming, Walter y Varberg, Dale. *Álgebra y Trigonometría con Geometría Analítica,* Prentice Hall, México, 1991.

Flores, Homero y Victoria, Susana, *Introducción a la Geometría con el Geométra,* Iberoaméricana, México, 2001

Miller, Charles *et al. Matemática: Razonamiento y Aplicaciones*, Addison Wesley Longman, México, 1999.

Rivaud, Juan José. *Trigonometría*, Limusa. México, 1992.

Smith, Stanley A., *et. al., Álgebra, Trigonometría y Geometría Analítica*, Addison-Wesley Longman, México, 1998.

# MATEMÁTICAS II
# UNIDAD I.  FUNCIONES CUADRÁTICAS

**Propósitos:**

✍ Continuar con el estudio de funciones a partir del estudio de situaciones que varían en forma cuadrática; contrastar este tipo de variación con la lineal. Analizar el comportamiento de las gráficas de funciones cuadráticas en términos de sus parámetros e iniciar la resolución de problemas de optimización con métodos algebraicos .

**TIEMPO:** 15 horas

| APRENDIZAJES | ESTRATEGIAS | TEMÁTICA |
| --- | --- | --- |
| El alumno:<br><br>? Explora, en una situación o problema que dé lugar a una función cuadrática, valores, condiciones, relaciones y comportamientos, a través de tablas, diagramas, etcétera que le permitan obtener información del problema, como un paso previo a establecer la representación algebraica.<br><br>? Diferencia dos tipos de variación fundamentales (lineal y cuadrática).<br><br>? Reconoce en una tabla si existe variación cuadrática por medio de diferencias finitas.<br><br>? Obtiene el modelo de la función cuadrática de una situación dada. | ? Se sugiere iniciar con problemas de movimiento o geométricos.<br><br>? Se pueden modelar funciones cuadráticas a partir de tablas sobre este tipo de comportamiento, como arreglos de números triangulares, rectangulares, pentagonales o el patrón de comportamiento del número de diagonales en un polígono.<br><br>? También ayuda la elaboración de gráficas en clase, localizando puntos con ayuda de la calculadora. Después de una práctica formativa, se sugiere el trazado de gráficas con el apoyo de la computadora; se recomienda también el uso de Excel para tareas fuera del aula. | Situaciones que involucran cambio y que dan origen a funciones cuadráticas.<br><br>Comparación de la función cuadrática con la función lineal.<br><br>Intersecciones de la gráfica de una función cuadrática con el eje x.<br><br>Estudio gráfico y analítico de la función:<br>$\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$,<br>casos particulares:<br>$\mathbf{y = ax^2}$,<br>$\mathbf{y = ax^2 + c}$,<br>$\mathbf{y = a(x - h)^2}$ ,<br>$\mathbf{y = a(x - h)^2 + k}$. |

| | | |
|---|---|---|
| ? Diferencia entre una ecuación cuadrá-tica y una función cuadrática.<br><br>? Relaciona el número de intersecciones de la curva de una función cuadrática con el eje **x**, con la naturaleza de las raíces. En particular identificará su ausencia con la existencia de raíces complejas.<br><br>? Transita por los diferentes tipos de registro de la función cuadrática (tabular, algebraico y gráfico).<br><br>? Encuentra el significado del papel que juegan los parámetros en el comportamiento de una gráfica.<br>- En el modelo $\mathbf{y = ax^2}$ , analiza el impacto de la constante **a**, y deducirá la orientación de la parábola, según la constante **a** sea mayor o menor que cero.<br>- En el modelo $\mathbf{y = ax^2 + c}$ comprende el papel del parámetro **c**, en la traslación de la gráfica $\mathbf{y = ax^2}$ hacia arriba o hacia abajo del eje **x**, según se le asignan valores positivos o negativos a **c**.<br>- En el modelo $\mathbf{y = a(x - h)^2}$, interpreta el papel del parámetro h, como la forma para desplazar la parábola $\mathbf{y = ax^2}$ a la derecha o la izquierda, según el valor de h sea positivo o negativo. | ? Se puede sugerir a los alumnos después de algunos ejemplos, cómo aprovechar la propiedad de simetría de las funciones cuadráticas para graficar de manera más rápida.<br><br>? Mediante el análisis de distintos ejemplos tanto del comportamiento del registro tabular como de las gráficas correspondientes, se pueden revisar los conceptos de máximo y mínimo.<br><br>? En la expresión $\mathbf{y = ax^2}$, se analizarán las posibilidades del parámetro a: **a** ? **0, a** ? **0,** ? **a**? ? **1 ,** ? **a**? ? **1** y su relación con la orientación y abertura de la gráfica correspondiente.<br><br>? Es conveniente resaltar la importancia de los métodos algebraicos en la resolución de problemas de optimización, de diversos contextos, por ejemplo, numéricos, de áreas, costos, y ganancias. | Concavidad, máximo o mínimo.<br><br>Problemas de máximos y mínimos. Resolución algebraica. |

| | | |
|---|---|---|
| - En el modelo $\mathbf{y = a(x - h^{)2} + k}$, deduce que el impacto de los parámetros h y k es el de trasladar y desplazar la parábola $\mathbf{y = ax^2}$.<br><br>? Integra a su lenguaje términos como concavidad, vértice, máximo, mínimo, traslación y simetría.<br><br>? Expresa una función cuadrática escrita en la forma general $\mathbf{y = ax^2 + bx + c}$, a la forma estándar $\mathbf{y = a(x - h)^2 + k}$; y puede describirla a partir del análisis de sus parámetros.<br><br>? Otorga significado a las coordenadas del vértice en términos del valor máximo o mínimo de la función.<br><br>? Resuelve problemas sencillos de máximos y mínimos aprovechando las propiedades de la función cuadrática.<br><br>? Interpreta el comportamiento de la gráfica dentro del contexto de una situación dada. | | |

## UNIDAD II. CONSTRUCCIONES Y ELEMENTOS GEOMÉTRICOS BÁSICOS

**Propósitos**

- ✍ A través de construcciones con regla y compás, explorar las propiedades de las figuras elementales y algunos conceptos básicos de la Geometría Euclidiana. Reconocer patrones de comportamiento geométrico que permitan plantear conjeturas para proceder a su validación empírica.

**TIEMPO:** 15 horas

| APRENDIZAJES | ESTRATEGIAS | TEMÁTICA |
|---|---|---|
| El alumno:<br><br>? Reconoce los elementos de una figura (punto, punto de Inter.-sección, líneas rectas, segmentos, semirrectas, etcétera).<br><br>? Obtiene de las construcciones, las nociones de: recta, segmento de recta, punto medio, mediatriz, ángulo, bisectriz, circunferencia, perpendicularidad y distancia de un punto a una recta. Los expresa en forma oral y escrita.<br><br>? Identifica los elementos mínimos que se requieren para trazar un segmento de recta.<br><br>? Establece los elementos mínimos que se requieren para trazar una circunferencia. | ? Es importante iniciar con una revisión de los antecedentes históricos de la geometría y la forma como se sistematiza este conoci-miento.<br><br>? Para incrementar la destreza manual en el manejo de instrumentos geométricos, se sugiere dejar a los alumnos como tarea, la elaboración de dibujos libres, por ejemplo, los que se realizan en dibujo técnico, mosaicos de Escher, etcétera.<br><br>? Con las construcciones se puede inducir al alumno a que establezca propiedades y características de las figuras obtenidas, comparando medidas de ángulos y segmentos, considerando lados y vértices, etcétera.<br><br>? A través de preguntas, el profesor puede encauzar la reflexión sobre los trazos realizados en cada una de las | Construcciones con regla y compás<br><br>Segmentos congruentes.<br><br>Ángulos congruentes.<br><br>Mediatriz y determinación del punto medio de un segmento.<br><br>Bisectriz de un ángulo dado.<br><br>Perpendicular a una recta dada que pasa por un punto:<br>a) que pertenece a la recta.<br>b) fuera de ella<br><br>Triángulos<br><br>Reproducción de un triángulo a partir de condiciones dadas (LAL, LLL, ALA) |

| | | |
|---|---|---|
| ? Recuerda la clasificación de ángulos por su abertura (agudo, recto, obtuso, llano) y posición (adyacentes, suplementarios, complementarios, opuestos por el vértice).<br><br>? Reconoce ángulos rectos en cualquier figura geométrica que los contenga.<br><br>? Explica en forma verbal y escrita, los trazos que siguió para realizar una construcción geométrica dada.<br><br>? Identifica y construye segmentos y ángulos congruentes.<br><br>? Recuerda clasificación de triángulos según sus lados y ángulos.<br><br>? Explica en qué casos es posible construir un triángulo, a partir de tres segmentos dados cualesquiera.<br><br>? Construye un triángulo congruente a partir de otro dado.<br><br>? Verifica triángulos congruentes haciéndolos coincidir. | construcciones, con la finalidad de identificar los elementos mínimos que se requieren para localizar un punto (intersección de rectas y/o circunferencias), trazar un segmento de recta y trazar una circunferencia.<br><br>? Se recomienda hacer énfasis en la noción de perpendicularidad y en su uso para “medir” la distancia de un punto a una recta.<br><br>? Con la orientación del profesor, los alumnos formularán las características que determinan los elementos estudiados, apoyándose, cuando corresponda, en patrones de comportamiento reconocidos en las diversas construcciones.<br><br>? Cuando en las construcciones se presente congruencia de algunos elementos se sugiere hacer coincidir las figuras como una forma de verificación.<br><br>? La construcción de triángulos tiene el propósito de establecer los datos mínimos requeridos para la construcción de triángulos congruentes.<br>Para ello se propone trabajar de la siguiente forma:<br>Pedir al alumno que construya un triángulo, si se le dan:<br>a) Un dato: Lado o ángulo<br>b) Dos datos: Dos lados, un lado y un ángulo, dos ángulos.<br>c) Tres datos: Tres lados, dos lados y un ángulo, un ángulo y dos lados. | Desigualdad del triángulo.<br><br>Rectas notables en el triángulo: mediatriz, bisectriz, mediana y altura.<br><br>Puntos notables de un triángulo: Circuncentro, Incentro, Baricentro y Ortocentro.<br><br>Reproducción de polígonos por triangulación.<br><br>Circunferencia<br><br>Rectas y segmentos.<br><br>Rectas tangentes a una circunferencia<br>a) Desde un punto sobre ella.<br>b) Desde un punto fuera de ella.<br><br>Localización del centro de una circunferencia dada. |

| | | |
|---|---|---|
| ? Identifica las alturas de un triángulo sin importar la posición que éstas tengan.<br><br>? Distingue las características que determinan a cada una de las rectas notables de un triángulo. Reconoce las diferencias entre unas y otras.<br><br>? Traza las rectas notables del triángulo.<br><br>? Identifica los puntos notables de un triángulo y puede explicar cuáles son sus características.<br><br>? Observa que los puntos notables de un triángulo, están alineados.<br><br>? Identifica cuerdas, radios, secantes y tangentes de una circunferencia.<br><br>? Construye rectas tangentes a una circunferencia.<br><br>? Describe correctamente el procedimiento requerido para realizar una construcción dada<br><br>? Argumenta, empíricamente, sobre la validez de las construcciones realizadas y lo explica de forma oral y escrita. | ? Llevarlos a que analicen en qué casos se construye un único triángulo y por qué. Esto además sienta las bases para obtener los criterios de congruencia que se trabajarán en la siguiente unidad.<br><br>? En el caso de la construcción de un triángulo cuando se proporcionan tres lados, la actividad también se presta para que el alumno obtenga lo que establece la desigualdad del triángulo.<br><br>? Se recomienda trabajar problemas que involucren las construcciones en diferentes contextos.<br><br>? Se sugiere trabajar algunas construcciones con software *como Cabri, Geometer Sketcéterah Pad* u otros. | |

# UNIDAD III. CONGRUENCIA Y SEMEJANZA

**Propósitos:**

✍ Ilustrar el papel de la demostración en los resultados de la geometría e iniciar al alumno en el método deductivo. Trabajar la congruencia y semejanza de triángulos, así como el teorema de Pitágoras.

**TIEMPO:** 15 horas

| APRENDIZAJES | ESTRATEGIAS | TEMÁTICA |
| --- | --- | --- |
| El alumno:<br><br>? Reconoce la importancia de la demostración para aceptar o rechazar conjeturas.<br><br>? Utiliza correctamente la nomenclatura empleada por el profesor .<br><br>? Explica la diferencia entre igualdad y congruencia.<br><br>? Conoce los tipos de ángulos que se forman entre dos rectas paralelas cortadas por una transversal.<br><br>? Identificará aquellos que son congruentes.<br><br>? Justifica la suma de los ángulos interiores y exteriores de cualquier triángulo. | ? En la unidad no se pretende estructurar una teoría, sin embargo las demostraciones deben tener el formalismo mínimo requerido para el nivel bachillerato.<br><br>? En cada uno de los teoremas establecidos en la temática, es conveniente apoyarse de una construcción cuidadosa de la figura que relacione lo estipulado en ese teorema. Esto con la finalidad de establecer vínculos adecuados que favorezcan obtener una argumentación válida.<br><br>? Conviene resaltar la diferencia entre mostrar y demostrar, la necesidad de la deducción, la identificación de los elementos de una demostración así como las partes de un teorema y la forma de su recíproco. | Congruencia<br><br>Congruencia de complementos y suplementos de ángulos congruentes.<br><br>Congruencia de ángulos opuestos por el vértice. Justificación.<br><br>Construcción de la recta paralela a otra por un punto dado.<br>? Postulado de las rectas paralelas.<br><br>Congruencia de ángulos entre rectas paralelas cortadas por una secante. |

| | | |
|---|---|---|
| ? Justifica la expresión para encontrar el ángulo exterior de un triángulo como suma de los ángulos interiores no adyacentes.<br><br>? Aplica los criterios de congruencia de triángulos para justificar congruencia entre segmentos, ángulos y triángulos.<br><br>? Aplica los criterios de semejanza para justificar la semejanza entre triángulos y la proporcionalidad entre sus lados respectivos.<br><br>? Identifica el ángulo central correspondiente a un ángulo inscrito en una circunferencia.<br><br>? Justifica la relación entre los ángulos central e inscrito en una circunferencia.<br><br>? Utiliza los conocimientos adquiridos en esta unidad, en la resolución de algunos problemas. | ? Hay que poner énfasis en la nomenclatura que se está utilizando y fomentar su uso por parte del alumno.<br><br>? Con el fin de refutar enunciados falsos, se recomienda utilizar contraejemplos.<br><br>? Es conveniente poner énfasis en el método deductivo y no en la memorización de las demostraciones por parte del alumno, así como propiciar que el alumno argumente en forma oral y escrita la validez de los resultados obtenidos.<br><br>? Se sugiere analizar la importancia del postulado de las paralelas en el desarrollo de la geometría, así como dejar a los alumnos un trabajo de investigación relativo a las geometrías no euclidianas.<br><br>? Al justificar la congruencia o semejanza de triángulos es importante cuidar la identificación de ángulos y lados homólogos<br><br>? Al trabajar la suma de los ángulos interiores de un triángulo, se propiciará que el alumno encuentre la expresión general para la suma de los ángulos interiores de un polígono de *n*-lados. | Ángulos internos y el ángulo externo de un triángulo.<br><br>a) Relación entre el ángulo externo y el ángulo interno. Justificación<br>b) Suma de ángulos interiores de un triángulo. Justificación.<br>c) Suma de ángulos interiores y exteriores de un polígono regular.<br><br>Congruencia de triángulos<br>? Criterios de congruencia de triángulos.<br><br>Justificación de las construcciones de:<br>a) Bisectriz de un ángulo.<br>b) Mediatriz de un segmento.<br>c) Perpendicular a una recta.<br><br>Teorema del triángulo isósceles y su recíproco. Justificación.<br><br>Relación entre el ángulo central e inscrito en una circunferencia. Justificación. |

| | | |
|---|---|---|
| | ? Como parte de la introducción al concepto de semejanza, se puede recurrir a los modelos a escala, por ejemplo: mapas, maquetas, fotos, tangram, etcétera.<br><br>? También para motivar el tema de semejanza se puede pedir al alumno que investigue sobre la sección áurea y la importancia que le daban los griegos.<br><br>? Es importante remarcar la diferencia entre igualdad y congruencia.<br><br>? Es conveniente presentar algunas demos-traciones del Teorema de Pitágoras, incluyendo la que se basa en la semejanza de triángulos. | Semejanza y<br>teorema de Pitágoras<br><br>División de un segmento en n partes iguales. Construcciones.<br><br>Teorema de Thales y su recíproco.<br><br>Criterios de semejanza de triángulos.<br><br>Teorema de la altura de un triángulo rectángulo. Justificación.<br><br>Teorema de Pitágoras y su recíproco. Justificación. |

# UNIDAD IV. PERÍMETROS, ÁREAS Y VOLÚMENES

**Propósitos:**

? Aplicar conocimientos algebraicos y geométricos adquiridos en unidades anteriores en la resolución de problemas sobre figuras y cuerpos que involucren exploraciones geométricas, deducciones y cálculos numéricos. Propiciar el desarrollo de la imaginación espacial.

**TIEMPO:** 15 horas

| APRENDIZAJES | ESTRATEGIAS | TEMÁTICA |
|---|---|---|
| El alumno:<br><br>? Comprende que la actividad de “medir” en geometría, una longitud, área o volumen, involucra contar cuántas veces cabe una unidad de medida en el objeto que se quiere medir.<br><br>? Distingue la diferencia entre unidades de longitud, superficie y volumen<br><br>? Calculará el perímetro de triángulos, cuadriláteros y otros tipos de polígonos regulares.<br><br>? Obtiene alguna de las fórmulas para calcular el área y el volumen de figuras y cuerpos por el método de descomposición y recomposición. | ? En está unidad, además de obtener resultados sobre áreas de polígonos regulares, se aplicarán los conocimientos adquiridos en las unidades anteriores a la resolución de problemas de aplicación en distintos contextos y de un nivel de dificultad un poco mayor que los ya trabajados en las unidades mencionadas.<br><br>? Es conveniente resolver problemas donde se utilicen las propiedades de rectas paralelas, congruencia, semejanza de triángulos y teorema de Pitágoras; por ejemplo: cálculos de distancias inaccesibles, trazos de trayectorias de rayos de luz, el problema de Eratóstenes, etcétera. | Medida en geometría.<br>a) ¿Qué es medir longitudes, áreas y volúmenes?<br>b) Perímetro de un polígono regular.<br>c) Medida aproximada de la longitud de la circunferencia. Obtención empírica de la fórmula.<br>d) Área del rectángulo.<br>e) Volumen de un prisma recto.<br><br>Cálculo de áreas por descomposición y recomposición de figuras.<br><br>Obtención de la fórmula del área del: triángulo, trapecio, rombo y paralelogramo. |

| | | |
|---|---|---|
| ? Utiliza las fórmulas obtenidas en la resolución de diversos problemas.<br><br>? Establece la razón que existe entre la longitud de la circunferencia y el diámetro de un círculo.<br><br>? Encuentra las dimensiones de algunas figuras geométricas, cuando se conoce su perímetro y su área.<br><br>? Reconoce y aplica la razón que existe entre los perímetros de triángulos semejantes.<br><br>? Reconoce la razón que existe entre las áreas de triángulos semejantes.<br><br>? Aplica las propiedades de semejanza en la resolución de problemas sobre distancias inaccesibles,<br><br>? Deduce empíricamente las fórmulas para obtener la longitud de la circunferencia y el área de un círculo. | ? En la obtención de la razón aproximada entre la longitud de la circunferencia y su diámetro, se recomienda que los alumnos midan la circunferencia y el diámetro de varios objetos distintos: botellas, botes, vasos cilíndricos, y obtenga sus razones y el promedio de éstas.<br><br>? La idea de introducir el tema de cálculo de áreas, pretende que el alumno perciba la secuencia de razonamientos en la deducción de sus fórmulas.<br><br>? Después de resolver algunos problemas que involucren áreas de polígonos, plantear problemas de cálculo de áreas donde se involucre la razón entre perímetros o áreas de triángulos y rectángulos semejantes.<br><br>? En la obtención del área del círculo se puede utilizar un polígono inscrito de ***n*** lados, recomponiendo sus ***n*** triángulos en un paralelogramo.<br><br>? Los alumnos deberán construir un cilindro y un cono de igual radio y altura para comparar sus volúmenes de manera física. | Obtención de la fórmula del área de un polígono regular dado el apotema.<br><br>Cálculo aproximado del área del círculo. Obtención empírica de la fórmula.<br><br>Razón entre perímetros y entre áreas de triángulos semejantes.<br><br>Problemas de longitudes y áreas que involucren semejanza, congruencia y teorema de Pitágoras.<br><br>Problemas que involucren áreas y volúmenes de prismas, cilindros rectos y conos rectos, donde sea necesario aplicar conocimientos de congruencia, semejanza y teorema de Pitágoras. |

| | | |
|---|---|---|
| ? Obtiene algunas fórmulas para calcular la superficie lateral y el volumen de prismas rectos.<br><br>? Generaliza la fórmula del volumen de un prisma para obtener la que proporciona el volumen de un cilindro.<br><br>? Deduce empíricamente que el volumen del cono recto, es la tercera parte del volumen del cilindro que tiene mismos radio y altura.<br><br>? Resuelve algunos problemas que involucren algunos de los siguientes elementos: Teorema de Pitágoras, semejanza, congruencia, fórmulas sobre perímetros, áreas, superficies laterales y volúmenes. | ? Para trabajar el tema de áreas y volúmenes de un prisma, se recomienda que el alumno haga un manejo intuitivo para la obtención de las fórmulas; para ello, se puede pedir que manipule una caja rectangular y realice los cálculos que crea pertinentes para obtener los valores requeridos.<br><br>? Se puede llegar a una generalización de las propiedades de los prismas, si se le hace ver al alumno que un cilindro se puede manejar como un prisma de una “cantidad infinita” de lados.<br><br>? Para comparar volúmenes de cilindros y conos, se puede recomendar que los alumnos construyan un cono y un cilindro del mismo radio e igual altura.<br><br>? La construcción del rectángulo áureo permitirá consolidar las relaciones entre área y semejanza. | |

# UNIDAD V. ELEMENTOS DE TRIGONOMETRÍA

**Propósitos:**

- Mostrar a las razones trigonométricas como una herramienta y un modelo en la solución de problemas de diversos campos del conocimiento. Iniciar, asimismo, un nuevo saber matemático que culminará posteriormente con el estudio de las funciones trigonométricas.

**TIEMPO:** 20 horas

| APRENDIZAJES | ESTRATEGIAS | TEMÁTICA |
|---|---|---|
| El alumno:<br>? Conoce que las razones trígono-métricas se derivan de una propiedad fundamental de los triángulos rectángulos semejantes, y sabe que existen seis de ellas.<br>? Aprecia la importancia de las tablas trigonométricas en la solución de problemas que involucren triángulos rectángulos.<br>? Construye una tabla de seno, coseno y tangente para los ángulos de 30, 45, y 60 grados.<br>? Usa tablas trigonométricas y calculadora para obtener los valores del seno, el coseno y la tangente, así como de sus recíprocos.<br>? Estima el valor del resultado en la resolución de triángulos y problemas, los contrasta con los | ? Conviene realizar un breve esbozo histórico de la trigonometría, así como comentar el significado etimológico de los términos: grado, minuto, seno, tangente.<br>? También para introducir el tema y favorecer la motivación del alumno, se puede plantear un problema donde surja la necesidad de relacionar los lados y los ángulos de un triángulo rectángulo.<br>? Partiendo de que dos triángulos rectángulos semejantes tienen sus lados proporcionales, se puede hacer ver que las razones respectivas entre dos cualesquiera de sus lados serán las mismas para ambos triángulos, Se le puede pedir al alumno que analice las diversas posibilidades de combinar los lados. De ahí, llevarlos a establecer las razones trigonométricas seno, coseno y tangente y después, sus recíprocas. | Razones trigonométricas seno, coseno y tangente para ángulos agudos.<br>Valores recíprocos de las razones seno, coseno y tangente.<br>Solución de triángulos rectángulos:<br>a) Conociendo un ángulo y un lado.<br>b) Conociendo dos lados.<br>Razones seno, coseno y tangente de los ángulos de 15°, 30°, 45°, 60° y 75°.<br>Las razones recíprocas del seno, coseno y tangente.<br>Resolución de problemas.<br>a) Ángulo de elevación,<br>b) Ángulo de depresión<br>c) Problemas de aplicación. |

| | | |
|---|---|---|
| resultados obtenidos, y analiza la validez de los mismos en el contexto del problema.<br><br>? Adquiere habilidad en el manejo de la calculadora al resolver ejercicios y problemas de corte trígono-métrico.<br><br>? Maneja algebraicamente algunas identidades trigonométricas.<br><br>? Comprende la deducción de las fórmulas de las leyes de senos y cosenos.<br><br>? Resuelve problemas donde se involucren cualquier tipo de triángulos.<br><br>? Aplica, junto con los conocimientos de esta unidad, la resolución de sistemas de ecuaciones lineales, el teorema de Pitágoras y los criterios de semejanza, en la resolución de problemas.<br><br>? Valora a la trigonometría como una herramienta de gran utilidad en la solución de una diversidad de problemas. | ? Es importante recalcar que las razones de un triángulo rectángulo son funciones de los ángulos agudos del triángulo. Esto es, los cocientes o razones a/b. a/c, b/c permanecen invariantes para el mismo ángulo en un triángulo rectángulo cualquiera que sea su tamaño. (Mostrar el ejemplo: en el triángulo de 30-60 la razón seno siempre es igual a 0.5)<br><br>? A través de un problema de semejanza ya trabajado, se puede mostrar la importancia de las razones trigo-nométricas si se resuelve el problema por semejanza y por trigonometría y se analiza la ventaja de este último método.<br><br>? Plantear problemas donde se dan las medidas de los lados de un triángulo, por ejemplo, 7, 24 y 25 cm. y se requiere obtener las medidas de los ángulos, verificando previamente que el triángulo sea rectángulo.<br><br>? Es útil resolver problemas en los que los triángulos rectángulos se encuentran en diferentes planos, cuando forman parte de polígonos o cuando permiten el cálculo de parámetros de sólidos regulares. | Identidades trigonométricas fundamentales:<br>a) Las recíprocas.<br>b) Las de división.<br>c) Las pitagóricas.<br><br>Resolución de triángulos oblicuángulos.<br><br>a) Ley de los senos y cosenos.<br>b) Problemas donde intervienen triángulos oblicuángulos. |

| | | |
|---|---|---|
| | ? En aplicaciones se puede plantear, además de los problemas ya conocidos de distancias y velocidades, algunos problemas de trayectoria, haces de luz, astronomía, como son el diámetro de la Tierra, distancia de la Tierra al Sol, cálculo del diámetro del Sol, etcétera**.**<br><br>? Conviene proponer un problema donde se manifieste la necesidad de trabajar con triángulos oblicuángulos, por ejemplo, calcular la altura de una peña donde existe un obstáculo natural que impide arribar a ella.<br><br>? Analizar el comportamiento del seno, el coseno y la tangente cuando el ángulo agudo toma valores entre 0° y 90° en un triángulo rectángulo**.** Destacar los casos extremos en 0° y 90°.<br><br>? Se sugiere deducir una de las leyes de senos o cosenos. | |